

Seminar 5

(S5.1) Demonstrați că dacă o clasă \mathcal{K} de \mathcal{L} -structuri este finit axiomatizabilă, atunci complementul să \mathcal{K}^c este de asemenea finit axiomatizabilă.

(S5.2) Fie φ, ψ formule și x variabilă. Să se demonstreze:

(i) $\models \varphi$ implică $\models \forall x\varphi$;

(ii) $\models \forall x(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (\forall x\varphi \rightarrow \forall x\psi)$.

(S5.3) Decideți dacă următoarele afirmații sunt adevărate sau false:

(i) $(\mathbb{N} \setminus \{0\}, \leq, \cdot, 1) \hookrightarrow_0 (\mathbb{N}, \leq, +, 0)$;

(ii) $(\mathbb{N} \setminus \{0\}, \cdot) \hookrightarrow_0 (\mathbb{N}, +)$.

(S5.4) Fie \mathcal{A}, \mathcal{B} două \mathcal{L} -structuri, $A = |\mathcal{A}|$, $B = |\mathcal{B}|$ și $h : A \rightarrow B$. Demonstrați că următoarele afirmații sunt echivalente:

(i) h este homomorfism injectiv;

(ii) h respectă toate formulele atomice;

(iii) h respectă toate formulele libere de cuantificatori.