

Seminar 6

(S6.1) Fie \mathcal{L} un limbaj de ordinul întâi care conține

- două simboluri de relații unare R, S și două simboluri de relații binare P, Q ;
- un simbol de funcție unară f și un simbol de funcție binară g ;
- două simboluri de constante c, d .

Să se găsească o formă normală Skolem pentru enunțul φ în formă normală prenex al lui \mathcal{L} , unde φ este, pe rând:

- (i) $\forall x \exists z (f(x) = c \wedge \neg(g(x, z) = d))$;
- (ii) $\forall y \exists z \exists u (P(u, y) \rightarrow Q(y, z))$;
- (iii) $\exists x \forall u \forall y \exists z (P(x, u) \vee \neg(S(y) \rightarrow R(z)))$;
- (iv) $\forall z \forall x \exists u \forall v ((Q(x, z) \vee R(x)) \rightarrow (R(u) \vee \neg Q(v, u)))$.

(S6.2) Considerăm limbajul \mathcal{L} ce conține un singur simbol de operație de aritate 2. Să se găsească un enunț φ al lui \mathcal{L} astfel încât $(\mathbb{Z}, +) \models \varphi$, dar $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, +) \not\models \varphi$.

(S6.3) Considerăm limbajul \mathcal{L} ce conține un singur simbol de operație, \cdot , de aritate 2. Fie $\mathcal{G} = (G, \cdot^{\mathcal{G}})$ un grup finit. Să se determine un enunț $\varphi_{\mathcal{G}}$ al lui \mathcal{L} astfel încât pentru orice grup $\mathcal{H} = (H, \cdot^{\mathcal{H}})$ avem că $\mathcal{H} \models \varphi_{\mathcal{G}}$ dacă și numai dacă \mathcal{H} este izomorf cu \mathcal{G} .