Laborator 5

Logică matematică și computațională

Introducere

La acest laborator, vom implementa în Prolog formulele propoziționale și semantica lor.

Variabilele vor fi reprezentate de atomi Prolog, iar operatorii $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ (pe care îi vom implementa individual, spre deosebire de curs/seminar) de simbolurile de funcție `non`, `si`, `sau`, `imp`.

Interogați:

```
?- X = a.
?- X = si(a,b).
?- X = imp(non(a),imp(a,b)).
```

Scopul laboratorului va fi determinarea algoritmică a faptului că o formulă este sau nu tautologie.

Practică

Exercițiul 1
Definiți un predicat `vars/2` care este adevărat exact atunci când primul argument este o formulă, iar al doilea argument este lista care reprezintă mulțimea variabilelor care apar în ea.

Exemplu:

```
?- vars(imp(non(a),imp(a,b)),S).
S = [a, b]
```

Indicii:

1. Folosiți predicatul predefinit `atom/1`.
2. Folosiți predicatul predefinit `union/3`, care calculează reuniunea a două liste considerate ca fiind mulțimi.

Practică

Exercițiul 2
În teoria mulțimilor, graficul unei funcții de la o mulțime A la o mulțime B este „implementat” ca o submulțime a lui $A \times B$. În acest fel vom implementa și evaluările propoziționale de forma $e : V \to \{0, 1\}$, unde V, spre deosebire de curs/seminar, va fi o mulțime (listă) finită de variabile.

De exemplu, o evaluare pe mulțimea de variabile $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ poate fi `[(a,1),(b,0)]`.

Definiți un predicat `val/3`, astfel încât, pentru orice variabilă `V` și orice evaluare `E`, avem că, pentru orice `A`, `val(V,E,A)` este adevărat exact atunci când `A` este „`E(V)`”.

Exemplu:

```
?- val(b,[(a,1),(b,0)],A).
A = 0
```

Practică

Exercițiul 3
Definiți predicate `bnon/2`, `bsi/3`, `bsau/3`, `bimp/3` care implementează operațiile ¬, ∧, ∨, → pe mulțimea $\{0,1\}$.

Exemple:

```
?- bsi(1,0,C).
C = 0
?- bimp(A,0,0).
A = 1
?- bimp(0,B,0).
false
```

Indiciu: Puteți defini unele operații în funcție de altele.

Practică

Exercițiul 4
Definiți un predicat `eval/3`, astfel încât, pentru orice formulă `X` și orice evaluare `E`, avem că, pentru orice `A`, `eval(X,E,A)` este adevărat exact atunci când `A` este „$\mathtt{E}^+\mathtt{(X)}$”.

Exemple:

```
?- eval(imp(b,d),[(a,1), (b,0), (d,1)],A).
A = 1
?- eval(imp(d,b),[(a,1), (b,0), (d,1)],A).
A = 0
```

Practică

Exercițiul 5
Definiți un predicat `evals/3`, astfel încât, pentru orice formulă `X` și orice listă de evaluări `Es`, avem că, pentru orice `As`, `evals(X,Es,As)` este adevărat exact atunci când `As` este lista rezultatelor evaluării lui `X` în fiecare dintre elementele lui `Es`.

Exemplu:

```
?- evals(imp(d,b),[[(a,1), (b,0), (d,1)], [(a,1), (b,1),
(d,0)]],As).
As = [0, 1]
```

Practică

Exercițiul 6

Definiți un predicat `evs/2`, astfel încât, pentru orice listă de variabile `S`, avem că, pentru orice `Es`, `evs(S,Es)` este adevărat exact atunci când `Es` este lista evaluărilor definite pe `S`.

Exemplu:

```
?- evs([c,b],Es).
Es = [[(c,0), (b,0)], [(c,1), (b,0)], [(c,0), (b,1)],
[(c,1), (b,1)]]
```

Indicii:

1. Pentru orice mulțime A există o unică funcție de la $\emptyset$ la A. De ce? Care este graficul ei?
2. Pentru pasul inductiv, definiți un predicat ajutător.

Practică

Exercițiul 7
Definiți un predicat `all_evals/2`, astfel încât, pentru orice formulă `X`, avem că, pentru orice `As`, `all_evals(X,As)` este adevărat exact atunci când `As` este lista rezultatelor evaluării lui `X` în fiecare dintre elementele listei evaluărilor definite pe *Var*(`X`).

Exemple:

```
?- all_evals(imp(a,a),As).
As = [1, 1]
?- all_evals(imp(a,b),As).
As = [1, 0, 1, 1]
```

Practică

Exercițiul 8
Definiți un predicat `taut/1`, astfel încât, pentru orice formulă `X`, avem că `taut(X)` este adevărat exact atunci când `X` este tautologie.

Exemple:

```
?- taut(imp(a,a)).
true
?- taut(imp(a,b)).
false
```