FMI, DL Info, Anul II
Semestrul II, 2023/2024
Fundamentele limbajelor de programare

Exerciţii de seminar

1 Programare imperativă

1.1 Semantica operaţională

Fie X, Y, $Z \in L$, distincte două câte două. Să se descrie formal execuţia următoarelor programe IMP din stările iniţiale indicate, folosind semanticile operaţionale big-step şi small-step:

1. $\textbf{if } X \leq 7 \textbf{ then } Z := X \textbf{ else } Z := Y$, dintr-o stare iniţială σ cu $\sigma(X) = 0$, $\sigma(Y) = 1$, $\sigma(Z) = 7$;
2. $\textbf{while } 4 \leq X \textbf{ do } X := X - Y$, dintr-o stare iniţială σ cu $\sigma(X) = 6$, $\sigma(Y) = 3$;
3. $\textbf{while } \neg(Y = 0) \textbf{ do } (Y := Y - 1; X := 2 * X)$, dintr-o stare iniţială σ cu $\sigma(X) = 1$, $\sigma(Y) = 3$;
4. $\textbf{while } \neg(X = Y) \textbf{ do } (\textbf{if } X \leq Y \textbf{ then } Y := Y - X \textbf{ else } X := X - Y)$, dintr-o stare iniţială σ cu $\sigma(X) = 9$, $\sigma(Y) = 12$.

1.2 Semantica axiomatică

Fie X, Y, M, N, C, $P \in L$, distincte două câte două, şi n, $m \in \mathbb{N}$. Să se arate că următoarele enunţuri Hoare sunt demonstrabile:

1. $\{X = n \land Y = m\}(X := X + Y; Y := X - Y); X := X - Y\{X = m \land Y = n\}$;
2. $\{1 \leq N\}(P := 0; C := 1); \textbf{while } C \leq N \textbf{ do } (P := P + M; C := C + 1)\{P = M * N\}$.

2 Programare logică

2.1 Unificare

Considerăm
- x, y, z, u, v, w variabile,
- a, b, c constante,
- h, g simboluri de funcţie de aritate 1,
- f simbol de funcţie de aritate 2,
- p simbol de funcţie de aritate 3.

Aplicaţi algoritmul de unificare din curs pentru a găsi un unificator pentru termenii:

1. $f(x, y)$, $f(h(x), x)$ şi $f(x, b)$
2. $f(x, f(x, g(y)))$, $f(u, z)$ şi $f(g(y), y)$
3. $f(f(x, y), x)$, $f(g(y), z)$ şi $f(u, h(z))$

4. $f(f(x,y),x)$, $f(v,u)$ şi $f(u,h(z))$
5. $f(f(x,y),x)$, $f(v,u)$ şi $f(u,z)$
6. $f(f(g(x),h(y)),h(z))$, $f(f(u,h(h(x))),h(y))$ şi $f(v,w)$
7. $p(x,x,z)$, $p(f(a,a),y,y)$ şi $p(f(x,a),b,z)$
8. $p(x,x,z)$, $p(f(a,a),y,y)$ şi $p(x,b,z)$
9. $p(x,x,z)$, $p(f(a,a),y,y)$ şi $p(x,f(a,a),z)$
10. $p(f(x,a),g(y),z)$, $p(f(a,a),z,u)$ şi $p(v,u,z)$

2.2 Rezoluţie

Găsiţi o SLD-respingere pentru următoarele programe Prolog şi ţinte:

1.
```
r :- p,q.     t.     ?- w.
s :- p,q.     q.
v :- t,u.     u.
w :- v,s.     p.
```

2.
```
q(X,Y) :- q(Y,X), q(Y,f(f(Y))).     ?- q(f(Z),a).
q(a,f(f(X))).
```

3.
```
p(X) :- q(X,f(Y)), r(a).     r(X) :- q(X,Y).     ?- p(X), q(Y,Z).
p(X) :- r(X).                r(f(b)).
q(X,Y) :- p(Y).
```

3 Programare funcţională

3.1 Lambda-calcul fără tipuri

Reduceţi următorii termeni până la o formă normală:

1. $((\lambda z.z)(\lambda q.(qq)))(\lambda s.(sa))$;
2. $((\lambda z.z)(\lambda z.(zz)))(\lambda z.(zq))$;
3. $((\lambda s.\lambda q.(sqq))(\lambda a.a))b$;
4. $((\lambda s.\lambda q.(sqq))(\lambda q.q))q$;
5. $((\lambda s.(ss))(\lambda q.q))(\lambda q.q)$.

3.2 Lambda-calcul cu tipuri

Considerăm următorii termeni:

1. $\lambda xyz.(x(yz))$;
2. $\lambda xy.(xy(\lambda z.y))$;
3. $(\lambda xyz.zxy)(\lambda xyz.y)(\lambda xy.y)$.

Pentru fiecare dintre ei, aplicaţi algoritmul de inferenţă a tipurilor şi prezentaţi o deducţie în sistemul de deducţie corespunzător care să arate că termenului i se poate aloca tipul obţinut prin algoritm.