

Seminar 5

(S5.1) Fie \mathcal{L} un limbaj de ordinul I ce conține un simbol de relație unar P . Să se arate că

$$\models \exists v_0(P(v_0) \rightarrow \forall v_1 P(v_1)).$$

În continuare, \mathcal{L} este un limbaj de ordinul I și $\Gamma \cup \{\varphi, \psi\} \subseteq Form_{\mathcal{L}}$.

(S5.2) Să se demonstreze că:

(i) $\models_{taut} \varphi \wedge (\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \psi$.

(ii) $\models_{taut} \psi \rightarrow (\varphi \rightarrow \psi)$.

(S5.3) Să se arate că:

(i) $\models \forall x \varphi \rightarrow \varphi$.

(ii) Pentru orice variabilă x cu $x \notin FV(\varphi)$, $\models \varphi \rightarrow \forall x \varphi$.

(iii) Pentru orice variabilă x și orice termen t cu $x \notin Var(t)$, $\models \exists x(x = t)$.

(S5.4) Să se demonstreze că:

(i) Dacă $\Gamma \models \varphi$ și $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi$, atunci $\Gamma \models \psi$.

(ii) $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi$ ddacă $\Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$.

(S5.5) Fie x o variabilă a.î. pentru orice $\gamma \in \Gamma$, $x \notin FV(\gamma)$. Demonstrați următoarele:

(i) $\Gamma \models \varphi \iff \Gamma \models \forall x \varphi$.

(ii) Dacă $x \notin FV(\psi)$, atunci $\Gamma \models \varphi \rightarrow \psi \iff \Gamma \models \exists x \varphi \rightarrow \psi$.

(S5.6) Să se demonstreze că:

(i) $\Gamma \models \varphi \iff \Gamma \cup \{\neg \varphi\}$ este nesatisfiabilă.

(ii) $\Gamma \models \neg \varphi \iff \Gamma \cup \{\varphi\}$ este nesatisfiabilă.

(iii) Dacă Γ este satisfiabilă, atunci cel puțin una dintre $\Gamma \cup \{\varphi\}$ și $\Gamma \cup \{\neg \varphi\}$ este satisfiabilă.