

Seminar 4

(S4.1) Fie φ un enunț al lui \mathcal{L} cu proprietatea că pentru orice $m \in \mathbb{N}$ există o \mathcal{L} -structură finită \mathcal{A} de cardinal $\geq m$ a.î. $\mathcal{A} \models \neg\varphi$. Demonstrați că $\neg\varphi$ are un model infinit.

(S4.2) Fie \mathcal{L}_{Graf} limbajul grafurilor. Decideți dacă următoarele afirmații sunt adevărate sau false:

- (i) clasa grafurilor este axiomatizabilă;
- (ii) clasa grafurilor este finit axiomatizabilă;
- (iii) clasa grafurilor finite este axiomatizabilă;
- (iv) clasa grafurilor finite este finit axiomatizabilă;
- (v) clasa grafurilor infinite este axiomatizabilă;
- (vi) clasa grafurilor infinite este finit axiomatizabilă.

(S4.3) Fie \mathcal{K} o clasă de \mathcal{L} -structuri și \mathcal{K}^c complementul său în clasa tuturor \mathcal{L} -structurilor. Dacă atât \mathcal{K} cât și \mathcal{K}^c sunt axiomatizabile, atunci amândouă sunt finit axiomatizabile.

(S4.4) Pentru orice mulțime Γ de formule, următoarele afirmații sunt echivalente:

- (i) Γ este inconsistentă;
- (ii) pentru orice formulă ψ , $\Gamma \vdash \psi$ și $\Gamma \vdash \neg\psi$;
- (iii) există o formulă ψ a.î. $\Gamma \vdash \psi$ și $\Gamma \vdash \neg\psi$.