

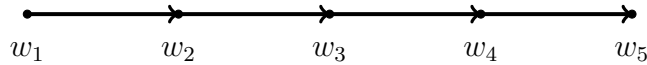
## Seminar 5

(S5.1) Fie  $\mathcal{M} = (W, R, V)$  un model pentru  $ML_0$  și  $w$  o stare în  $\mathcal{M}$ . Demonstrați că pentru orice formulă  $\varphi$ ,

$$\mathcal{M}, w \Vdash \Box\varphi \iff \text{pentru orice } v \in W, R w v \text{ implică } \mathcal{M}, v \Vdash \varphi.$$

(S5.2) Considerăm limbajul modal de bază  $ML_0$ . Demonstrați că formula  $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$  este validă în clasa tuturor cadrelor pentru  $ML_0$ .

(S5.3) Fie cadrul  $\mathcal{F} = (W = \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}, R)$ , unde  $R w_i w_j$  ddacă  $j = i + 1$ :



Alegem o evaluare  $V$  astfel încât  $V(p) = \{w_2, w_3\}$ ,  $V(q) = \{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$  și  $V(r) = \emptyset$ .

Considerăm modelul  $\mathcal{M} = (\mathcal{F}, V)$ . Demonstrați că

- (i)  $\mathcal{M}, w_1 \Vdash \Diamond\Box p$ ;
- (ii)  $\mathcal{M}, w_1 \not\Vdash \Diamond\Box p \rightarrow p$ ;
- (iii)  $\mathcal{M}, w_2 \Vdash \Diamond(p \wedge \neg r)$ ;
- (iv)  $\mathcal{M}, w_1 \Vdash q \wedge \Diamond(q \wedge \Diamond(q \wedge \Diamond(q \wedge \Diamond q)))$ ;
- (v)  $\mathcal{M} \Vdash \Box q$ .

(S5.4) Verificați dacă următoarele formule din  $ML_0$  sunt satisfiabile:

- (i)  $\Diamond p \wedge \Box\neg p$ ;
- (ii)  $\Diamond p \wedge \Diamond\neg p$ .

**(S5.5)** Fie  $\mathcal{M} = (W, R, V)$  un model pentru  $ML_0$  și  $w$  o stare în  $\mathcal{M}$ .  
Demonstrați că pentru orice  $n \geq 1$ ,

- (1)  $\mathcal{M}, w \Vdash \Diamond^n \varphi \iff$  există  $v \in W$  a.î.  $R^n wv$  și  $\mathcal{M}, v \Vdash \varphi$
- (2)  $\mathcal{M}, w \Vdash \Box^n \varphi \iff$  pentru orice  $v \in W$ ,  $R^n wv$  implică  $\mathcal{M}, v \Vdash \varphi$ .