FMI, Mate, Anul I
Logică matematică

Seminar 2

(S2.1) Demonstraţi următoarele:

(i) Pentru orice mulţimi A, B, dacă $A \subseteq B$, atunci $|A| \leq |B|$.

(ii) Pentru orice cardinal finit α, avem că $\alpha < \aleph_0$.

(iii) Pentru orice mulţime A şi orice cardinal α, dacă $\alpha \leq |A|$, atunci există o submulţime B a lui A a.î. $|B| = \alpha$.

(iv) $\mathbf{0} \leq \alpha$ pentru orice cardinal α.

(v) $\mathbf{1} \leq \alpha$ pentru orice cardinal $\alpha \neq \mathbf{0}$.

(vi) Relaţia $\leq$ este reflexivă şi tranzitivă.

(S2.2) Fie A, B mulţimi arbitrare. Definim

$$\mathcal{F} = \{(X, f) \mid X \subseteq A \text{ şi } f : X \to B \text{ este funcţie injectivă}\}$$

şi relaţia $\leq$ pe $\mathcal{F}$ astfel:

$$(X_1, f_1) \leq (X_2, f_2) \Longleftrightarrow X_1 \subseteq X_2 \text{ şi } f_2|_{X_1} = f_1.$$

Demonstraţi că $(\mathcal{F}, \leq)$ este inductiv ordonată.

(S2.3) Demonstraţi că pentru orice numere reale $a < b$, $c < d$, $|(a, b)| = |(c, d)|$.

(S2.4) Demonstraţi că pentru orice numere reale $a < b$, $|(a, b)| = \mathfrak{c}$.