

## Seminar 4

(S4.1) Fie LP logica propozițională. Să se arate următoarele:

- (i) Mulțimea  $Expr$  a expresiilor lui LP este numărabilă.
- (ii) Mulțimea  $Form$  a formulelor lui LP este numărabilă.

(S4.2) Să se arate că pentru orice formulă  $\varphi$ , numărul parantezelor deschise care apar în  $\varphi$  coincide cu numărul parantezelor închise care apar în  $\varphi$ .

(S4.3) Să se dea o definiție recursivă a mulțimii variabilelor unei formule.

(S4.4) Să se arate că pentru orice  $e : V \rightarrow \{0, 1\}$  și pentru orice formule  $\varphi, \psi$  avem:

- (i)  $e^+(\varphi \vee \psi) = e^+(\varphi) \vee e^+(\psi)$ ;
- (ii)  $e^+(\varphi \wedge \psi) = e^+(\varphi) \wedge e^+(\psi)$ .

(S4.5) Demonstrați că, pentru orice formule  $\varphi, \psi$ , avem:

- (i)  $\psi \models \varphi$  ddacă  $\models \psi \rightarrow \varphi$  ddacă  $e^+(\psi) \leq e^+(\varphi)$  pentru orice evaluare  $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ .
- (ii)  $\varphi \sim \psi$  ddacă  $\models \varphi \leftrightarrow \psi$  ddacă  $e^+(\varphi) = e^+(\psi)$  pentru orice evaluare  $e : V \rightarrow \{0, 1\}$ .

(S4.6) Arătați că pentru orice formule  $\varphi, \psi, \chi$ , avem:

- (i)  $\psi \models \varphi \rightarrow \psi$ ;
- (ii)  $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \chi) \models \varphi \rightarrow \chi$ ;
- (iii)  $\varphi \rightarrow (\psi \rightarrow \chi) \sim (\varphi \wedge \psi) \rightarrow \chi$ ;
- (iv)  $\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \sim \varphi$ ;
- (v)  $\varphi \wedge \psi \rightarrow \chi \sim (\varphi \rightarrow \chi) \vee (\psi \rightarrow \chi)$ ;
- (vi)  $\models \neg\varphi \rightarrow (\neg\psi \leftrightarrow (\psi \rightarrow \varphi))$ .