

Procesarea semnalelor

Introducere. Concepte de bază.

Paul Irofti

Universitatea din București
Facultatea de Matematică și Informatică
Departmentul de Informatică
Email: paul.irofti@fmi.unibuc.ro

Ce este un semnal?

Nu există o definiție universală, depinde de domeniul științific în care acționăm.

Definition

Un semnal este informația obținută din analiza unui proces fizic în domeniile timp și spațiu.

Example

Procesele fizice produc semnale de mai multe feluri: video, audio, de vorbire, biologice, electrice, informatice, de tip radar, radio, IEEE 802.11 (Wi-Fi), GSM, CDMA, 1G, 2G,...,5G, 6G etc.

Practic orice informație din lumea reală pe care o putem reprezenta sau aproxima cu ajutorul unei funcții matematice devine un semnal ce trebuie procesat.

Definition

Presupunem că semnalele cu care lucrăm sunt reprezentate (pe porțiuni) drept funcții periodice. Chiar dacă nu putem reprezenta astfel, în analiză tratăm porțiunile drept o perioadă T a unei funcții periodice.

Definition

Amplitudinea A a unui semnal periodic măsoară schimbarea de-a lungul unei perioade într-o anumită dimensiune: timp, spațiu etc.

Definition

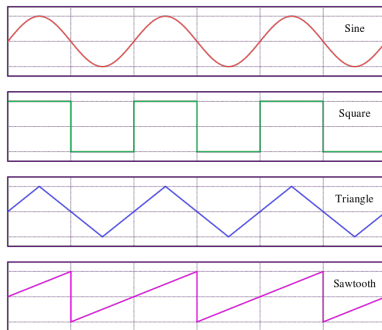
Faza φ a unui semnal periodic ne spune în ce punct al perioadei se află semnalul la momentul $t = 0$.

$$x(t) = A \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (1)$$

Forma de undă

Definition

Forma de undă a unui semnal este evoluția sa în funcție de timp invariant la momentul de timp efectiv, amplitudine sau deplasamente.



<https://en.wikipedia.org/wiki/Waveform>

Definition

Un semnal analog este o formă de undă continuă în timp ce poate avea amplitudini într-un interval continuu.

Origine: calculatoare analogice până în '80 (Crochiere and Rabiner 1975).

- ▶ produc un semnal **analog celui real**
- ▶ cu circuite dedicate pentru rezolvarea ecuațiilor diferențiale
- ▶ cuplarea circuitelor de tip integratoare și derivatoare

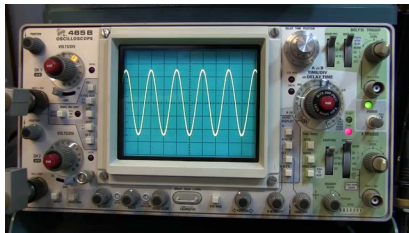
Astăzi: Procesarea semnalelor continue (istoric analogice)

- ▶ nu mai implică circuite dedicate
- ▶ rezistențe, condensatoare, amplificatoare operaționale
- ▶ în literatură: analog signal processing

Exemple: semnale continue

Example

- ▶ tensiunea electrică măsurată cu un osciloscop.
- ▶ televiziunea prin cablu (până în 2010)
- ▶ sisteme de frână la motoarele electrice ale mașinilor



https://www.youtube.com/watch?v=K0dGb_J05EQ

Definition

Semnalele discrete sunt obținute din semnalele continue prin cuantizarea măsurătorilor în timp și amplitudine.

- ▶ măsurăm semnalul la momente discrete de timp (ex. din secundă în secundă)
- ▶ amplitudinea obținută o înregistrăm la valori fixe (ex. $A \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1.0, 1.1, 1.2, \dots\}$)

Fie funcția continuă sinusoidală:

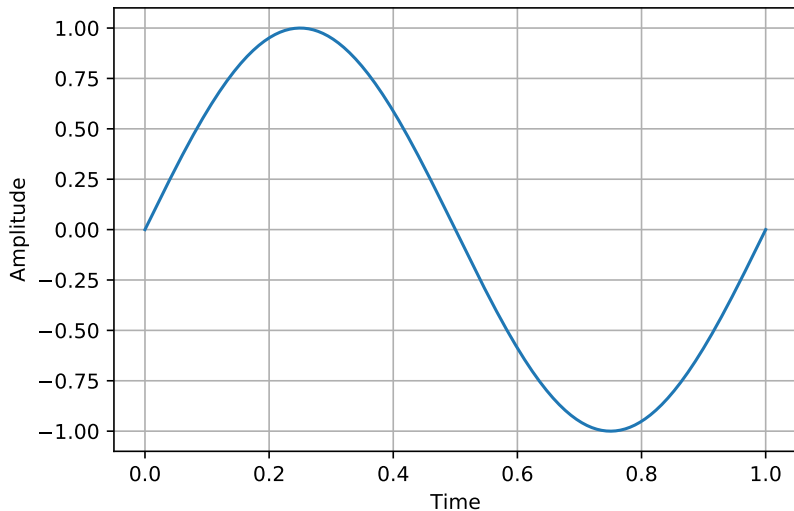
$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t) \quad (2)$$

unde

- ▶ f_0 – frecvența (Hz) măsoară numărul de oscilații într-o secundă
- ▶ t – orizontul de timp (s)
- ▶ $f_0 t$ – numărul de oscilații măsurat
- ▶ $2\pi f_0 t$ – unghiul măsurat în radiani (vezi note de curs)

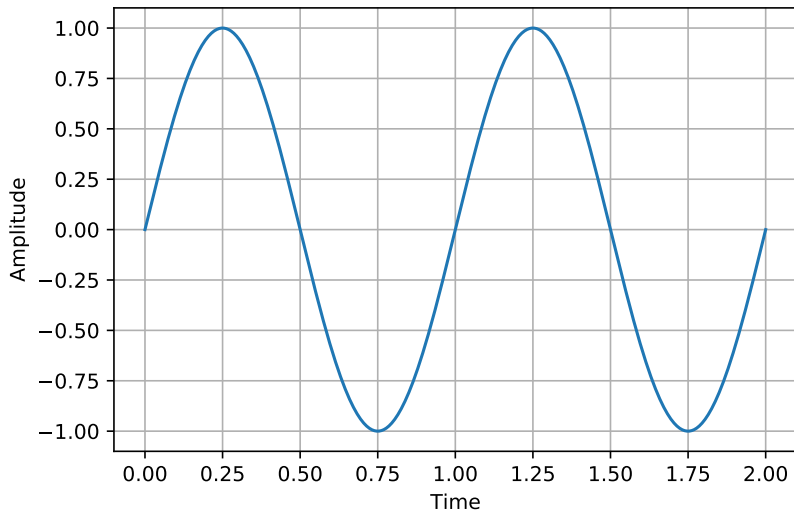
Exemple: sinusoide

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 t), f_0 = 1, A = 1, t = 0:1$$



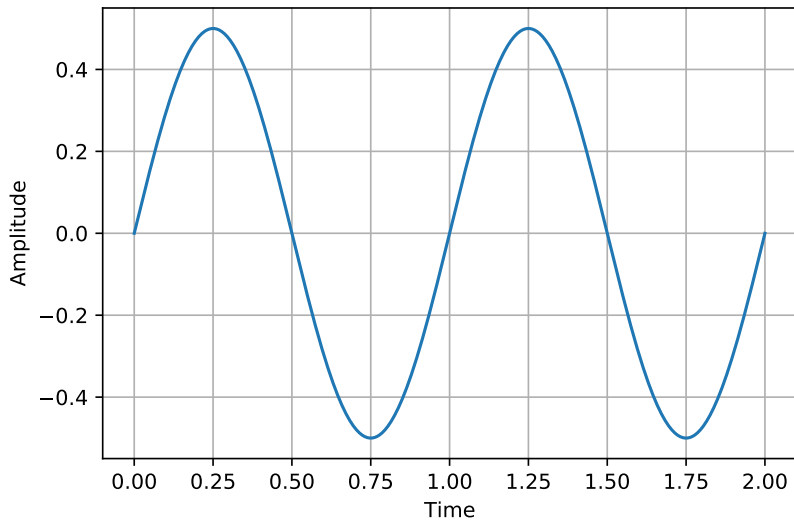
Exemple: sinusoide

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 t), f_0 = 1, A = 1, t = 0:2$$

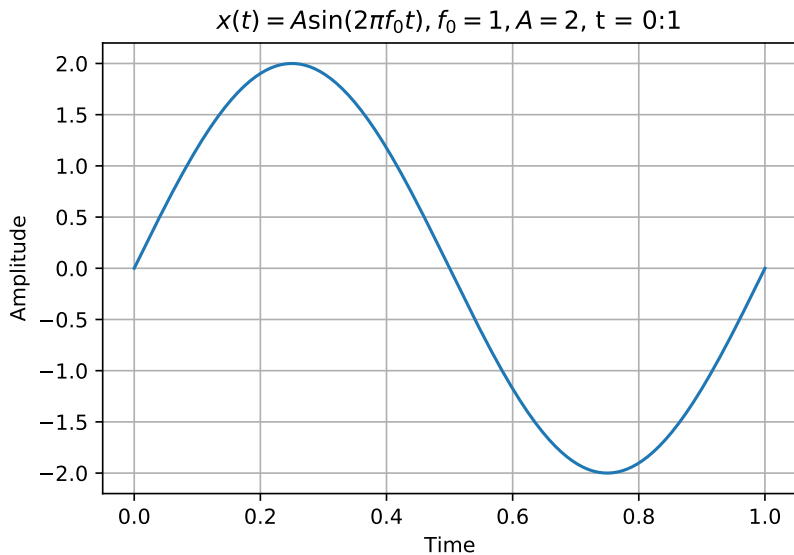


Exemple: sinusoide

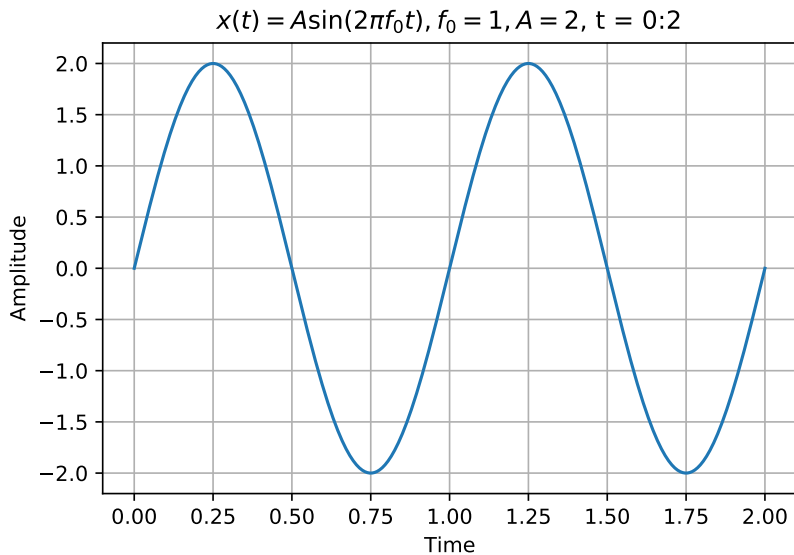
$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 t), f_0 = 1, A = 0.5, t = 0:2$$



Exemple: sinusoide

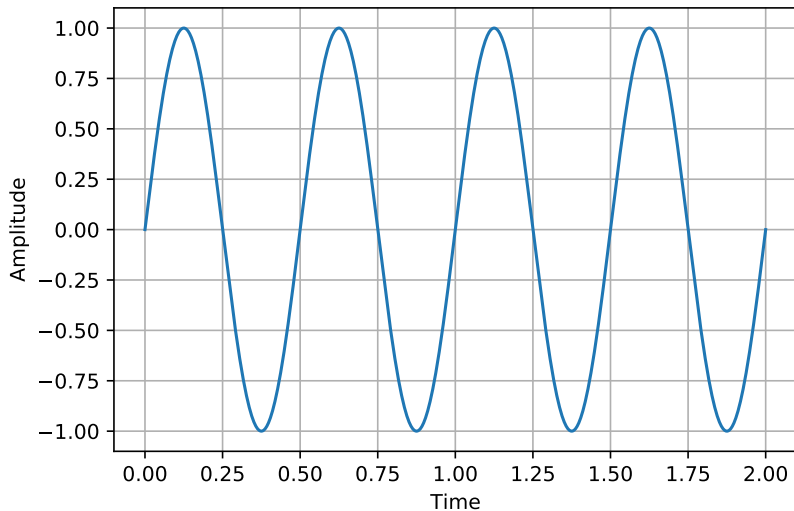


Exemple: sinusoide



Exemple: sinusoïde

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 t), f_0 = 2, A = 1, t = 0:2$$



Continuu:

$$x(t) = \sin(2\pi f_0 t)$$

Discret:

$$x(n) = \sin(2\pi f_0 n t_s) \quad (3)$$

unde

- ▶ f_0 – frecvența (Hz) măsoară numărul de oscilații într-o secundă
- ▶ n – eșantionul, indexul în șirul de timpi $0, 1, 2, \dots$
- ▶ t_s – perioada de eșantionare; constantă (ex. la fiecare secundă)
- ▶ $n t_s$ – orizontul de timp (s)
- ▶ $f_0 n t_s$ – numărul de oscilații măsurat
- ▶ $2\pi f_0 n t$ – unghiul măsurat în radiani (vezi note de curs)

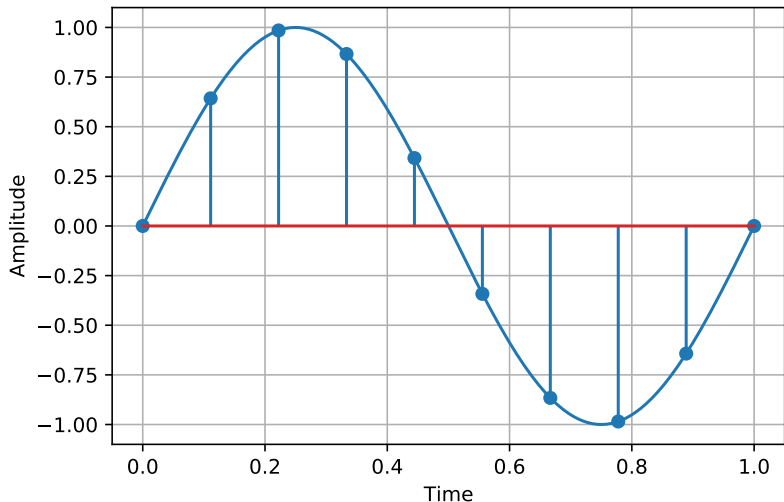
Șirul $x(n) = \sin(2\pi f_0 n t_s)$ este format din termenii

$$\begin{array}{ll} x(0) = 0 & \text{prima valoare din șir } n = 0 \\ x(1) = 0.14 & \text{a doua valoare din șir } n = 1 \\ x(2) = 0.33 & \text{a treia valoare din șir } n = 2 \\ x(3) = 0.56 & \text{a patra valoare din șir } n = 3 \\ \vdots = \vdots & \vdots \end{array}$$

unde variabila $x(n)$ este termenul de rang n al șirului

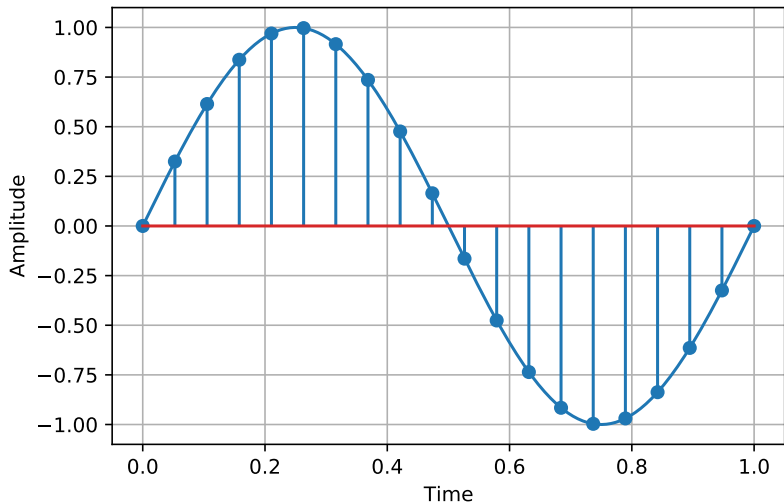
Exemple: sinusoide discretizate

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 n t_s), f_0 = 1, A = 1.0, n t_s = 0 : 1, \text{samples} = 10$$



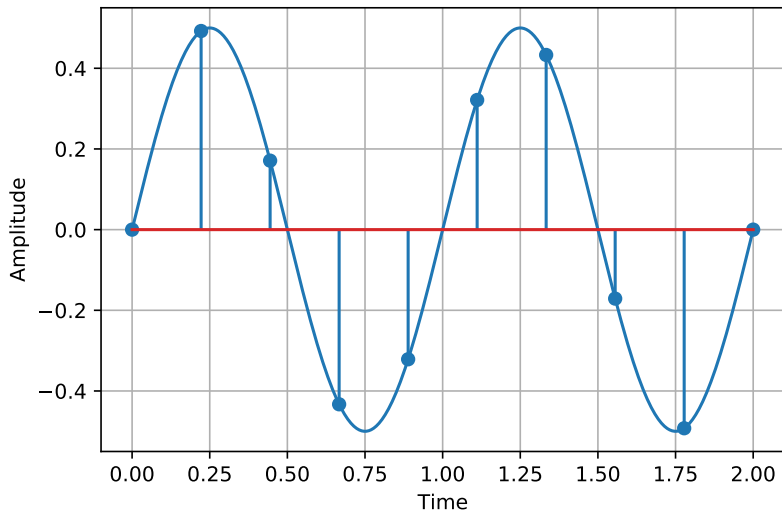
Exemple: sinusoide discretizate

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 n t_s), f_0 = 1, A = 1.0, n t_s = 0 : 1, \text{samples} = 20$$



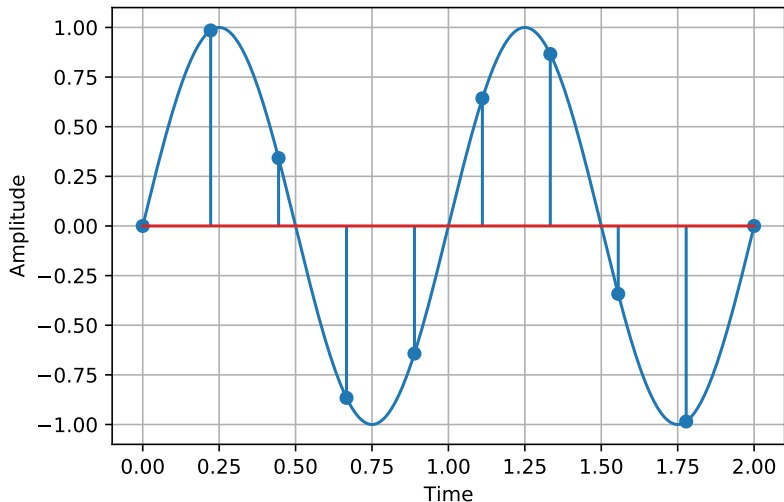
Exemple: sinusoide discretizate

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 n t_s), f_0 = 1, A = 0.5, n t_s = 0 : 2, \text{samples} = 10$$



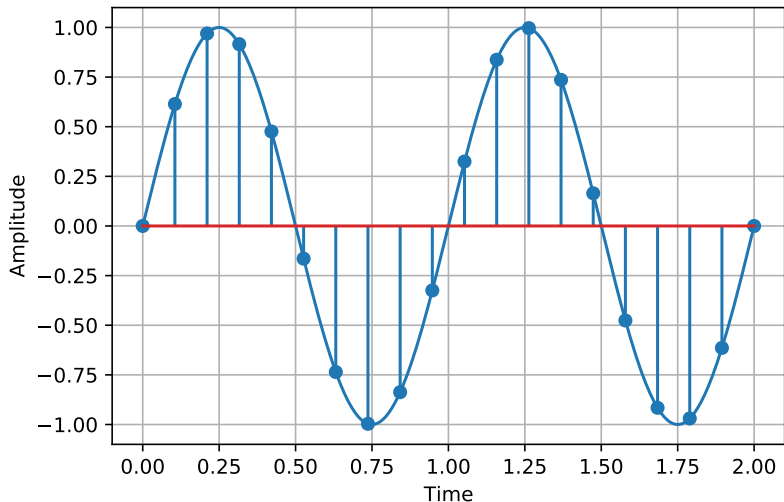
Exemple: sinusoide discretizate

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 n t_s), f_0 = 1, A = 1.0, n t_s = 0 : 2, \text{ samples} = 10$$



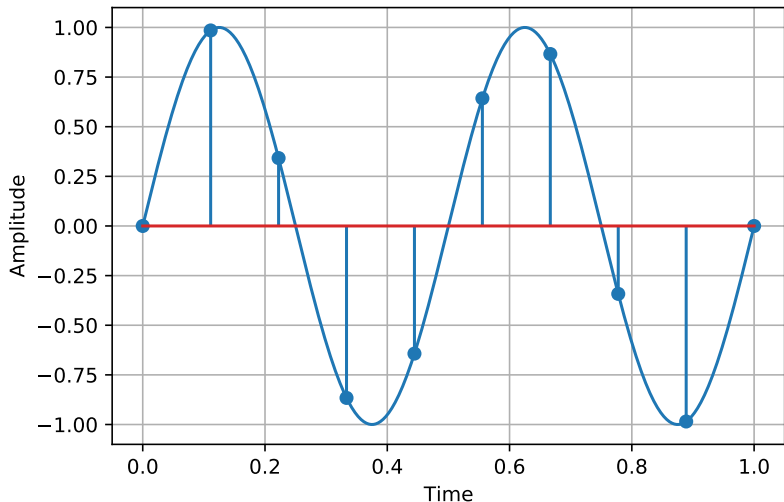
Exemple: sinusoide discretizate

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 n t_s), f_0 = 1, A = 1.0, n t_s = 0 : 2, \text{ samples} = 20$$



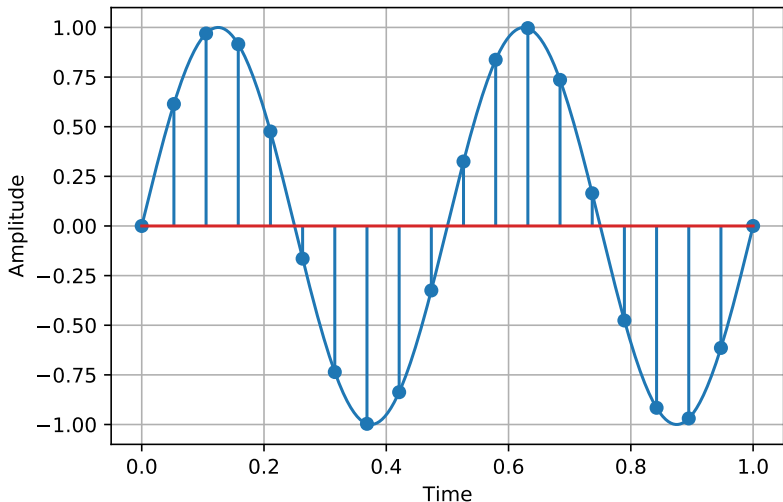
Exemple: sinusoide discretizate

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 n t_s), f_0 = 2, A = 1.0, n t_s = 0 : 1, \text{samples} = 10$$



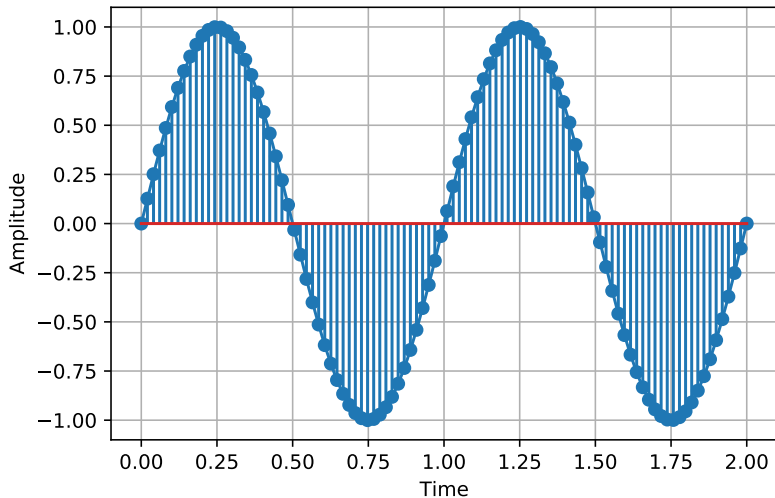
Exemple: sinusoide discretizate

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 n t_s), f_0 = 2, A = 1.0, n t_s = 0 : 1, \text{samples} = 20$$

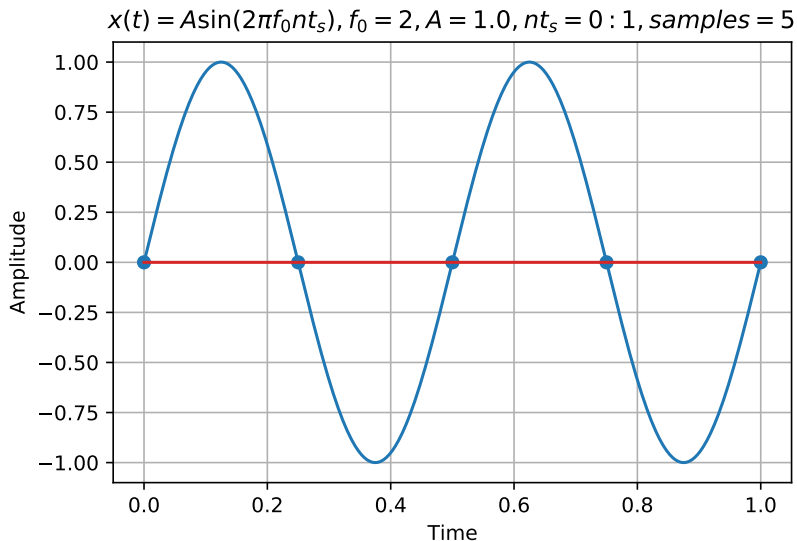


Exemple: sinusoide discretizate

$$x(t) = A \sin(2\pi f_0 n t_s), f_0 = 1, A = 1.0, n t_s = 0 : 2, \text{samples} = 100$$



Exemple: sinusoide discretizate



Ecuțiile (2) și (3) reprezintă semnale în domeniul timpului deoarece variabilele t , respectiv nt_s , măsoară timpul.