

Prelucrarea Semnalelor

Laboratorul 7.

Transformata Fourier - Partea a II-a

1 Componenta continuă a unui semnal

Cerința unui exercițiu din [laboratorul 4](#) se referea la afișarea grafică a unei sinusoide ale cărei valori sunt cuprinse în intervalul $[3, 7]$. Figura 1 prezintă o soluție a acestui exercițiu, pentru un semnal a cărui frecvență caracteristică este $f_0 = 40\text{Hz}$. Spre deosebire de o sinusoidă obișnuită, media acestui semnal nu este 0. Atunci când un semnal are media diferită de 0, se spune că acesta are o *componentă continuă* (sau DC offset). Formula generală pentru un semnal sinusoidal cu componentă continuă este

$$x(t) = x_0 + A \cos(2\pi f_0 t) \quad (1)$$

Prezența acesteia în semnal poate fi observată în transformata Fourier a semnalului: modulul transformatei are o valoare semnificativă pentru frecvența 0Hz. Graficul de jos din Figura 1 prezintă transformata Fourier a semnalului.

Ea poate apărea din cauza prezenței unui curent în componentele sistemului de achiziție a semnalului, până la convertirea acestuia din semnal analog în semnal digital. În cele mai multe cazuri, înlăturarea acestui offset (sau centrarea semnalului în 0) este prima etapă în prelucrarea unui semnal, deoarece poate influența negativ etapele următoare. Există însă și situații în care adăugarea unui offset poate fi utilă.

2 Aplicație

În laboratorul de astăzi veți lucra cu un semnal real. Numărul de mașini care trec printr-o intersecție a fost măsurat din oră în oră [1]. În referința de mai sus, fișierul `Train.csv`¹ conține 18288 eșantioane din acest semnal.

Acesta poate fi vizualizat în Figura 2, cu toate că, datorită perioadei mari de timp pe care a fost făcută măsurătoarea, caracteristicile semnalului sunt greu de observat, în afară de tendința generală de creștere a volumului de mașini. Nu confundați această tendință cu componenta continuă a semnalului!

¹Numele fișierului se referă la faptul că acesta reprezintă setul de antrenare pentru problema de predicție a traficului.

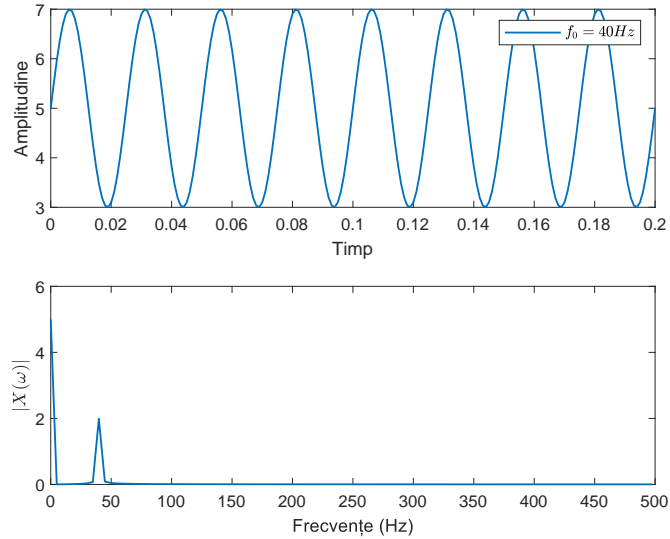


Figura 1: Semnal sinusoidal cu componentă continuă

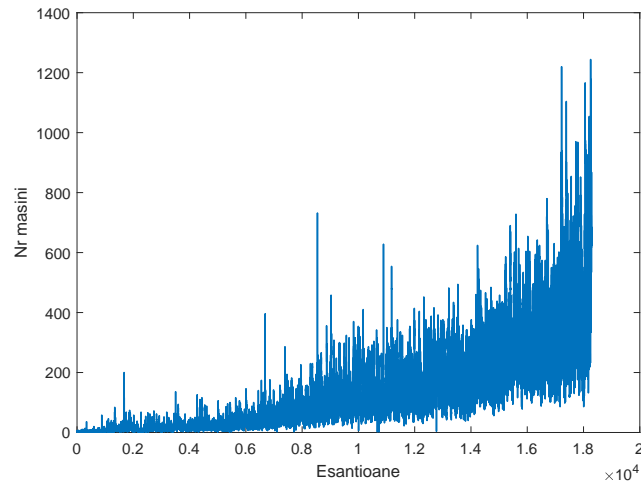


Figura 2: Semnal reprezentând numărul de mașini care trec printr-o intersecție

Dacă vizualizăm, în schimb, o perioadă mai scurtă de timp, putem observa mai bine semnalul. Figura 3 reprezintă o perioadă de aproximativ o lună și jumătate.

Semnalul prezintă zgomot și evenimente singulare (*outliers*). Acestea sunt componente de frecvență înaltă și apar în reprezentarea în timp ca *spikeuri*.

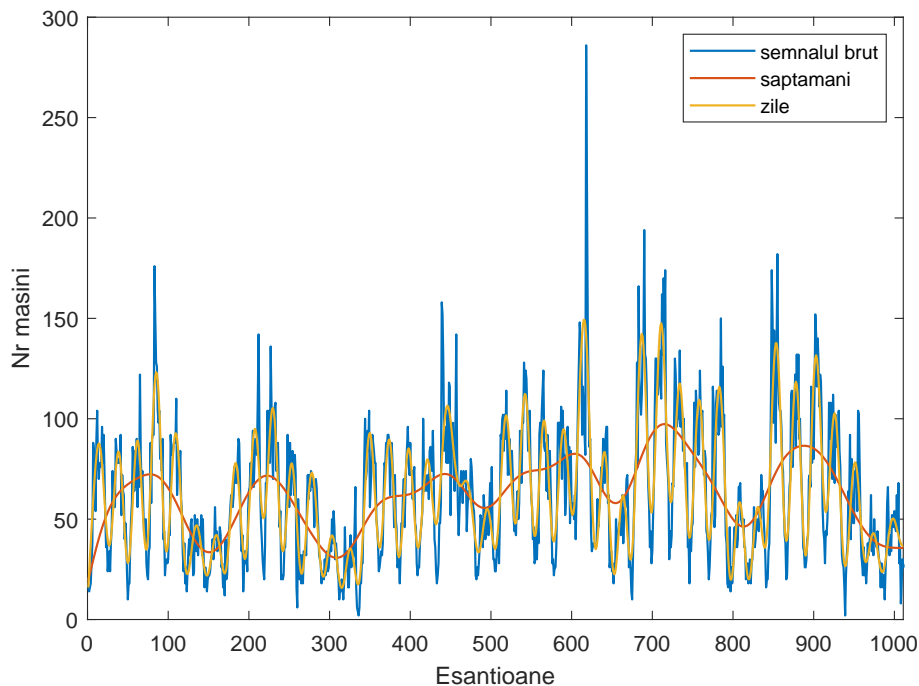


Figura 3: Numărul de mașini care trec într-o perioadă de o lună și jumătate

Însă caracteristicile semnalului pot fi observate și corelate cu procesul care l-a generat: trafic mare 5 zile pe săptămână, trafic redus în weekend; crescut în timpul zilei, scăzut în timpul nopții. Cu alte cuvinte, semnalul prezintă mai multe componente periodice. Cu galben este sugerată componenta ce ține de zile, iar cu portocaliu cea legată de traficul săptămânal.

Notă: Curba galbenă este obținută prin filtrare componentelor de frecvență înaltă - veți afla mai multe despre această operație în laboratorul următor. Curba portocalie nu are neapărat o semnificație precisă, ea are mai degrabă valoare de sugestie.

3 Ghid Python

Pentru acest laborator sunt necesare bibliotecile `numpy`, `matplotlib.pyplot` și `csv`.

Pentru a citi un fișier de tip `csv` și a-l salva într-o variabilă, utilizați secvența de cod

```
x = numpy.genfromtxt('myfile.csv', delimiter=',')
```

Transformata fourier a semnalului x de dimensiune N se poate obține utilizând funcția

```
X = np.fft.fft(x)
```

Calculați modulul transformatei

```
X = abs(X/N)
```

Datorită simetriei transformatei, este adesea util să utilizăm doar jumătate din spectru, respectiv

```
X = X[:N/2]
```

Pentru a genera vectorul de frecvențe pentru care e calculată transformata, utilizați

```
f = Fs*linspace(0,N/2,N/2)/N;
```

4 Exerciții

1. Întrebările următoare vizează semnalului sinusoidal reprezentat în Figura 1, care este o variantă de rezolvare a Exercițiului 2 din Laboratorul 4. Veți rezolva exercițiul cu ajutorul profesorului, nu este necesar să includeți soluția în fișierul pentru laboratorul acesta.
 - (a) Care este amplitudinea semnalului?
 - (b) Unde observați această valoare în figură (unde este atinsă această valoare)?
 - (c) Ce valoare are componenta continuă a acestui semnal?
 - (d) Care este formula pentru semnalul reprezentat în Figura 1?
2. Scopul acestui exercițiu este de a calcula frecvențele prezente în semnalul prezentat în Secțiunea 2.
 - (a) Care este frecvența de eșantionare a semnalului din `traffic.csv` (revedeți secțiunea pentru detalii despre cum a fost achiziționat acesta)?
 - (b) Ce interval de timp acoperă eșantioanele din fișier?
 - (c) Considerând că semnalul a fost eșantionat corect (fără aliere) și optim, care este frecvența maximă prezentă în semnal?
 - (d) Utilizați funcția `np.fft.fft(x)` pentru a calcula transformata Fourier a semnalului și afișați grafic modulul transformatei.
Deoarece valorile pe care le veți calcula sunt în Hz, este important să definiți corect frecvența de eșantionare (astfel încât valorile de frecvențe pe care le obțineți utilizând ultima secvență de cod din Secțiunea 3 să aibă interpretare corectă din punct de vedere fizic).
 - (e) Prezintă acest semnal o componentă continuă? Dacă da, eliminați-o. Dacă nu, specificați cum ați determinat.

- (f) Care sunt frecvențele principale conținute în semnal, așa cum apar ele în transformata Fourier? Mai exact, determinați primele 4 cele mai mari valori ale modulului transformatei și specificați căror frecvențe (în Hz) le corespund. Căror fenomene periodice din semnal se asociază fiecare?
- (g) Începând de la eșantion ales de voi mai mare decât 1000, vizualizați, pe un grafic separat, o lună de trafic. Alegeți eșantionul de start astfel încât reprezentarea să înceapă într-o zi de luni.
- (h) Nu se cunoaște data la care a început măsurarea acestui semnal. Concepeți o metodă (descrieți în cuvinte) prin care să determinați, doar analizând semnalul în timp, această dată. Comentați ce neajunsuri ar putea avea soluția propusă și care sunt factorii de care depinde acuratețea ei.

Bibliografie

- [1] Bullet train timeseries data. Time series modelling - predicting traffic growth. <https://www.kaggle.com/datasets/lampubhutia/bullettrain-timeseries-data?select=Train.csv>.